益古演段

欽定四庫全書

益古演段

提要

臣等謹案益古演段三卷元李冶撰據至元壬午硯堅序稱冶測圓海鏡既已刻梓其親舊省掾李師徵復命其弟師珪請冶是編刊行是書在測圓海鏡之後矣其曰益古演段者蓋當時某氏算書案冶序但稱近世有某是治已不知作者

名氏以方圓周徑冪積和較相求定爲
諸法名益古集以爲其蘊猶匿而未
發因爲之移補條目釐定圖式演爲
六十四題以闡明奥義故踵其原名
其中有草有條段有圖有義草卽古
立天元一法條段卽方田少廣等法
圖則繪其加減開方之理義則隨圖
解之葢測圓海鏡以立天元一法爲
根此書卽設爲問荅爲初學明是法

之意也所列諸法文皆淺顯蓋此法
雖爲諸法之根然神明變化不可端
倪學者驟欲通之茫無門徑之可入
惟因方圓羃積以明之其理猶屬易
見故治於方圓相求各題下皆以此
法步之爲草俾學者得以易入其誤
者正之疎者辨之顛倒者次序之各
加案語於下庶得失不掩俾算家有
所稽考焉乾隆五十一年四月恭校

益古演段序

算數之學由來尚矣率自九章支分派委劉徽李淳風又爲之注後之學者咸祖其法敬齋先生天資明敏世間書凡所經見靡不洞究至於薄物細故亦不遺焉近代有移補方圓自成一家號益古集者大小七十問（案書中六十四問銳案此舉成數言之下稱海鏡二百問亦同）先生一寓目見其用心之勤惜其祕而未盡剖露繙圖式繹條段可移則移之可補則補之祥（案祥字有脫誤應作說之詳）非若溟涬黯黮之

不可曉析之明非若淺近猶俗之無足觀釐為三卷目曰益古演段頗曉十百披而覽之如登坦途前無滯礙旁蹊曲逕自可縱橫而通嘉惠後來爲視隱互雜糅惟恐人窺其彷彿者相去大有逕庭矣先生又盡攄己見輯爲測圓海鏡一編二百問（案今本一百七十問）同出一源緻密纖悉備而不繁參考互見眞學者之指南也海鏡既命工刻梓省掾李師徵其親舊也囑弟師珪請是編刊而行之將與衆共推善及人良可尚也已

數學在六藝爲末求之人最爲切要邇來精其能者殊鮮自非先生學有餘力誠能搜剔軒轅隸首之奧有不暇矣雖然是特大烹之一臠耳若夫先生胸中渾涵停蓄測之愈深挹之不窮時發於翰墨昭不可掩者則大全集在當嗣此出願肅祇以觀至元壬午仲秋二十六日鄖城硯堅序

益古演段自序

術數雖居六藝之末而施之人事則最爲切務故古之博雅君子馬鄭之流未有不研精於此者也其撰著成書者無慮百家然皆以九章爲祖而劉徽李淳風又加注釋而此道益明今之爲算者未必有劉李之工而褊心跼見不肎曉然示人惟務隱互錯糅故爲溟涬黯黮惟恐學者得窺其彷彿也不然則又以淺近猥俗無足觀者致使軒轅隸首之術三五錯綜之妙盡墮

於市井沾沾之兒及夫荒邨下里蚩蚩之民殊可憫悼近世有某者以方圓移補成編號益古集眞可與劉李相頡頏余猶恨其閟匿而不盡發遂再爲移補條段細繙圖式使粗知十百者便得入室啗其文顧不快哉客有訂愚曰子所述果能盡軒𨽻之祕乎余應之曰吾所述雖不敢追配作者誠令後生輩優而柔之則安知軒𨽻之祕不於是乎始客退因書以爲自序時大元己未夏六月二十有四日欒城李治自序

益古演段卷上

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李治撰

第一問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七分半並不記內圓外方只云從外田楞至內池楞四邊各二十步問內圓外方各多少

荅曰外田方六十步　內池徑二十步

法曰立天元一爲內池徑加倍至步得

〇太〔案〕太卽眞數此卽四十步併一池
三〇丨徑〇〔銳案〕凡算式眞積曰太極旁
記太字虛數曰天元旁記元字太之下
一層爲元元之下一層爲元元自乘冪記
太字則不記元字記元字則不記太字
其太元俱不記者則以上方一層爲太
也上中下三層從戴而列每層步位皆
上下相當步之左爲十百千萬步之右
爲分釐豪絲式下注有步字者便以所
注之位爲步其上下層與此步字相當
之位亦爲步也其不注者則以右方尾
位爲步若上下層尾位不正相當則以
偏在左方一層之尾位爲步其上下層
與此尾位相當之位亦爲步也凡算式
有誤並依法算定改正爲田方面〔案〕方面卽每邊以自增
乘得〇太亍〇二十〇丨〔案〕此卽一千六百步八十池徑一平方併爲方

積於頭再立天元一爲內池徑以自之

至水二十步

田方上八十步

又三因四而一得太○ ○案此即百分平方之七十五上二○存步與池徑之位

爲池積以減頭位

得丅太三○ ○案此即一千六百步八十池徑爲二分半平方

一段虛積寄左然後列眞積以畝法案畝法二百四十步通之得三千三百步與左相消

[案]相消者兩邊同減一千六百步後凡言相消者皆兩邊加減一數也○[銳案]此案非也蓋西人借根方卽古立天元一而借根方兩邊加減與立天元一相消其法迥殊加減法如案所云若相消法則但以寄左數減後數或以後數減寄左數故曰相消也說詳見余所校測圓海鏡中得和之○惟[銳案]元本算式正負無別攷沈存中夢溪筆談稱算法用赤籌黑籌以別正負之數又秦道古數學九章卷四上閞方圖負算畫黑正算畫朱並與劉徽九章注正算赤負算黑之說合知當時算式亦必畫紅黑爲別而傳寫者改去也今依海鏡例凡負算以斜畫記之庶算位易辨○[案]此卽一千七百步與八十池徑二分半平方等○[銳案]兩邊加減法旣加減後仍分兩邊故案云步與池徑平方

等若相消之後則止有減餘更不得云彼與此等矣又借根方諸數用多少爲記其不言多少者亦爲多多卽正少卽負案不言多少是步與池徑平方竝爲多也若相消法以寄左數減後數則得此實正從負隅負或以後數減寄左數則正負與此互相易所得爲實負從正隅正或實或從隅與加減所得多少每相反也

開平方得二十步爲圓池徑也倍至步加池徑卽外方面也

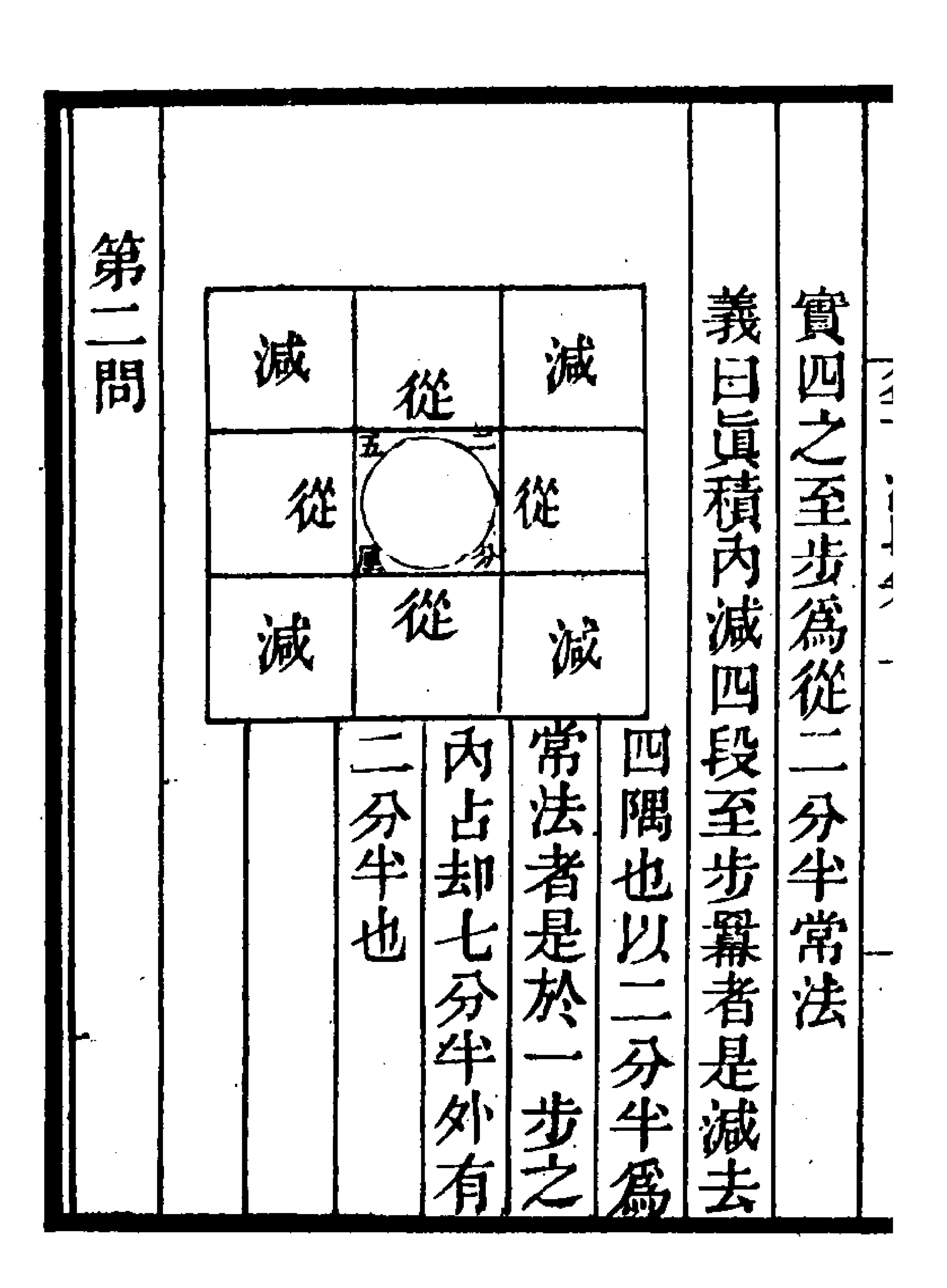
案今借根方法卽立天元一法詳見

御製數理精蘊茲不盡釋

依條段求之眞積內減四段至步冪爲

實四之至步爲從二一分半常法

義曰員積內減四段至步羃者是減去



四隅也以二一分半爲

常法者是於一步之

內占卻七分半外有

二一分半也

第二問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七分半並不記徑面只云從外田南楞通內池北楞四十步問內圓外方各多少

荅曰同前

通池徑四十步

法曰立天元一爲池徑減倍通步得〔八〇太 / 丨負〕（案此即八十步少一圓徑）爲田方面以自增乘得〔太 ⊥||||〇〇 / 丨⊥〇負 / 丨〕（案此即六千四百步少一百六十徑多一平方）爲方田積於頭又以

天元池徑自之三因四而一得 ○太 ○ 𝍦𝍤

案此即百分平方之七十五 爲池積以減頭位得

𝍥𝍣太 ○ 𝍠𝍥 ○ 𝍡𝍤 案此即六千四百步少一爲一百六十徑多二分半平方爲一

段虛積寄左然後列眞積三千三百步

與左相消得 𝍢𝍠太 ○ 𝍠𝍥 𝍡𝍤 案此即三千一百步與一百六十徑

少二分半平方等。銳案此案亦誤以兩邊加減法命之說見上 開平

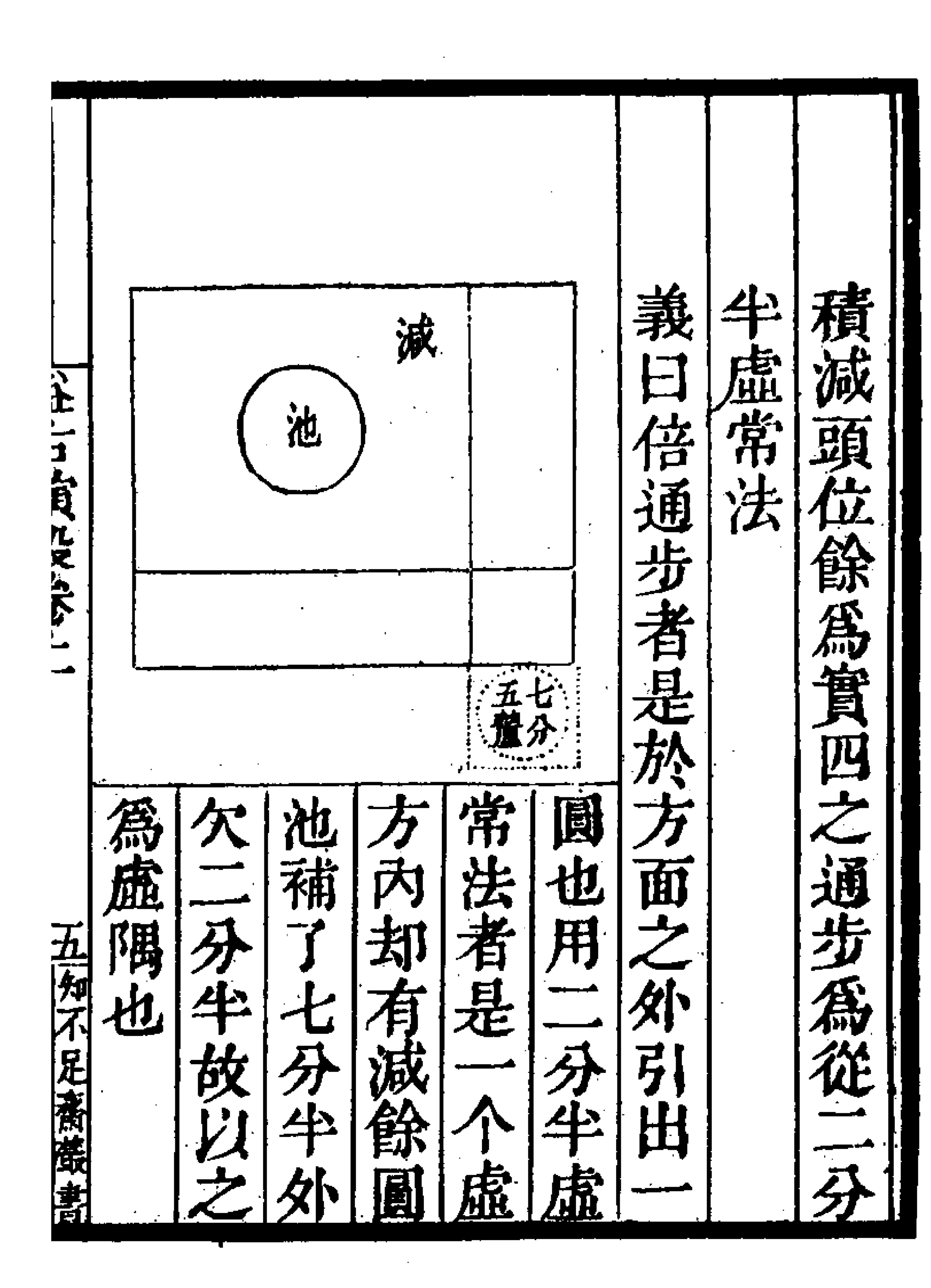
方得二十步即內池徑也倍通步內減

池徑爲方面也

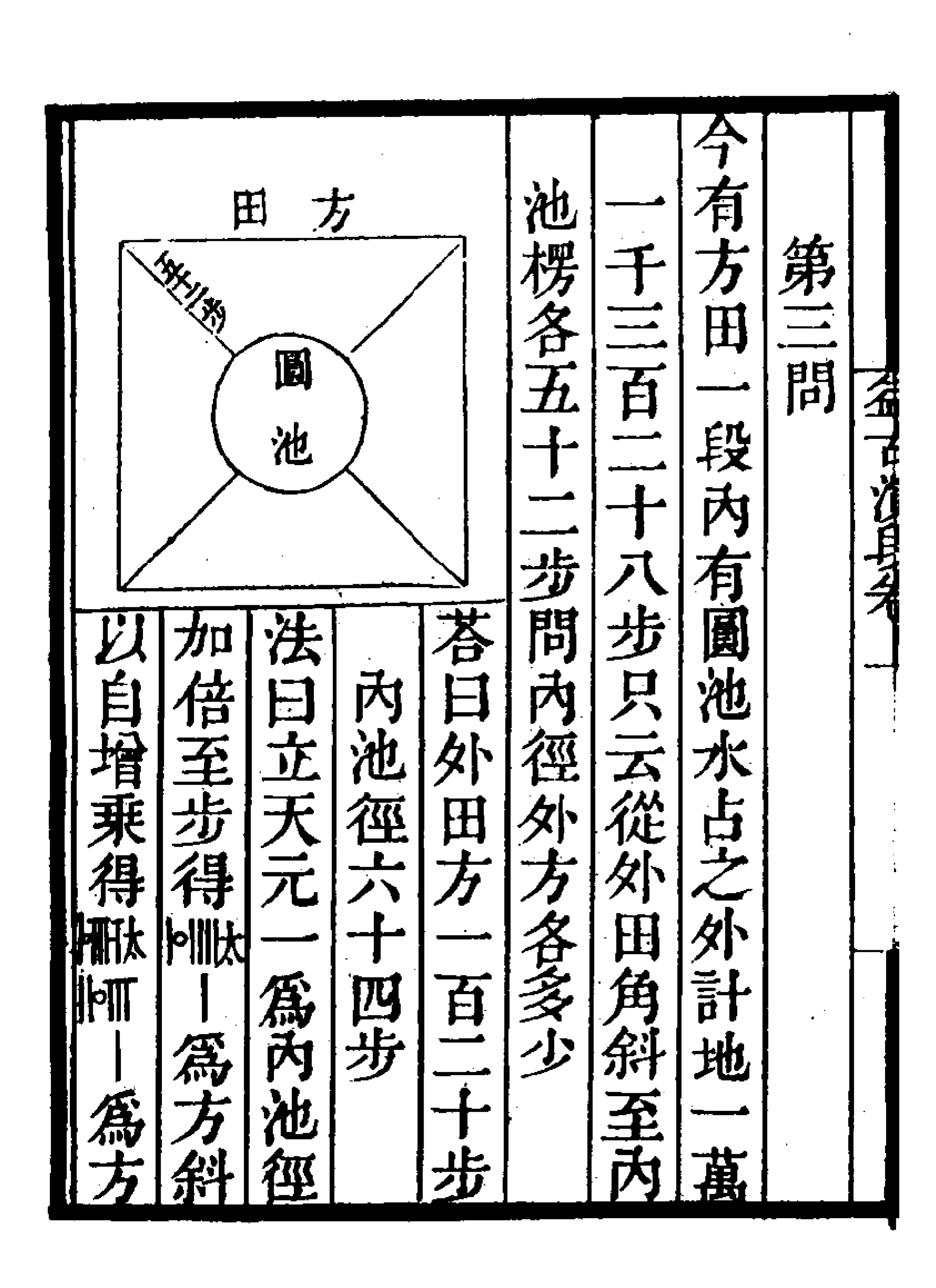
依條段求之倍通步自乘於頭位以田

積減頭位餘爲實四之通步爲從二分半虛常法

義曰倍通步者是於方面之外引出一



圓也用二分半虛常法者是一个虛方內却有減餘圓池補了七分半外欠二分半故以之爲虛隅也



第三問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬一千三百二十八步只云從外田角斜至內池楞各五十二步問內徑外方各多少

荅曰外田方一百二十步

內池徑六十四步

法曰立天元一爲內池徑

加倍至步得𝍠〇𝍣太 𝍠 爲方斜

以自增乘得𝍠〇𝍧𝍠𝍥太 𝍡〇𝍧 𝍠 爲方

斜羃於頭其方斜上本合身外減四今不及減便是寄一步四分爲分母也今此方斜羃乃是變斜爲方面以自乘之數又別得是展起之數也

又立天元爲池徑自之又三因四而一爲池積今爲方田積旣以展起則此池積亦須展起故又用一步九分六釐乘之得一步四分七釐亦爲一个展起底圓池積也以一步九分六釐乘之者蓋爲分母十四以自之得一步九分六釐也以池積減田積餘|〇||||太 |〇||| 〇||爲一段如積寄左然後列眞積一萬一千三

百二十八步亦用分母冪一步九分六釐乘之或兩度下加四亦同得二萬二千二百。二步八分八釐與左相消得平方開之得六十四步為內池徑也倍至步加池徑身外除四見方面也　一法求所展池積以徑自之了更不須三因四除及以二步九分六釐乘之只於徑冪上以一步四分七釐案此即三因四除一步九分六釐之數乘之便為所展之池積也

依條段求之展積內減四段至步羃餘爲實四之至步爲從四分七釐益隅

義曰凡言展積者是於正積上以一步

九分六釐乘起之數元法本是方面上寄一步四分分母自乘過於每步上得一步九分六釐故今命之爲展起之數也諸變

斜為方面者皆準此所展之池積是於一步圓積上展出九分六釐若以池徑上取斜為外圓徑則一步上止生得四分七釐也故以四分七釐為虛常法又取方冪一步九分六釐四分之三亦得圓積一步四分七釐也〔銳案〕此圖元本脫左右兩從字今增

〔案〕法內皆以徑一周三方五斜七為率故各面積分數與密率不合蓋此書專為明

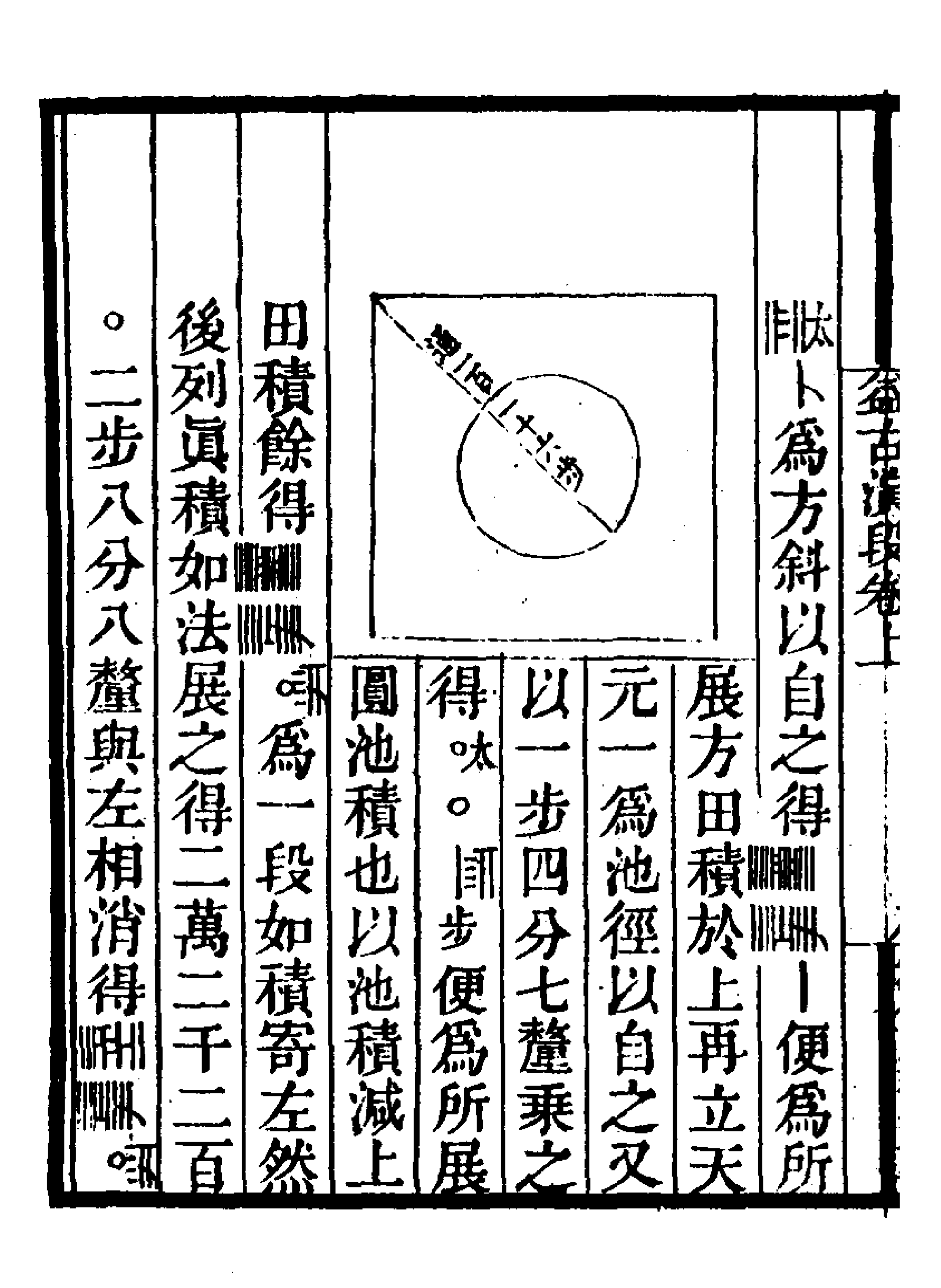
理而作密率數繁礙於講解故用古率以
從簡且其法既明卽用密率亦無不可

第四問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬
一千三百二十八步只云從外田角斜通池
徑得一百一十六步問內徑外方各多少

荅曰外田方一百二十步　內池徑六十
四步

法曰立天元一爲圓徑減倍通步得下

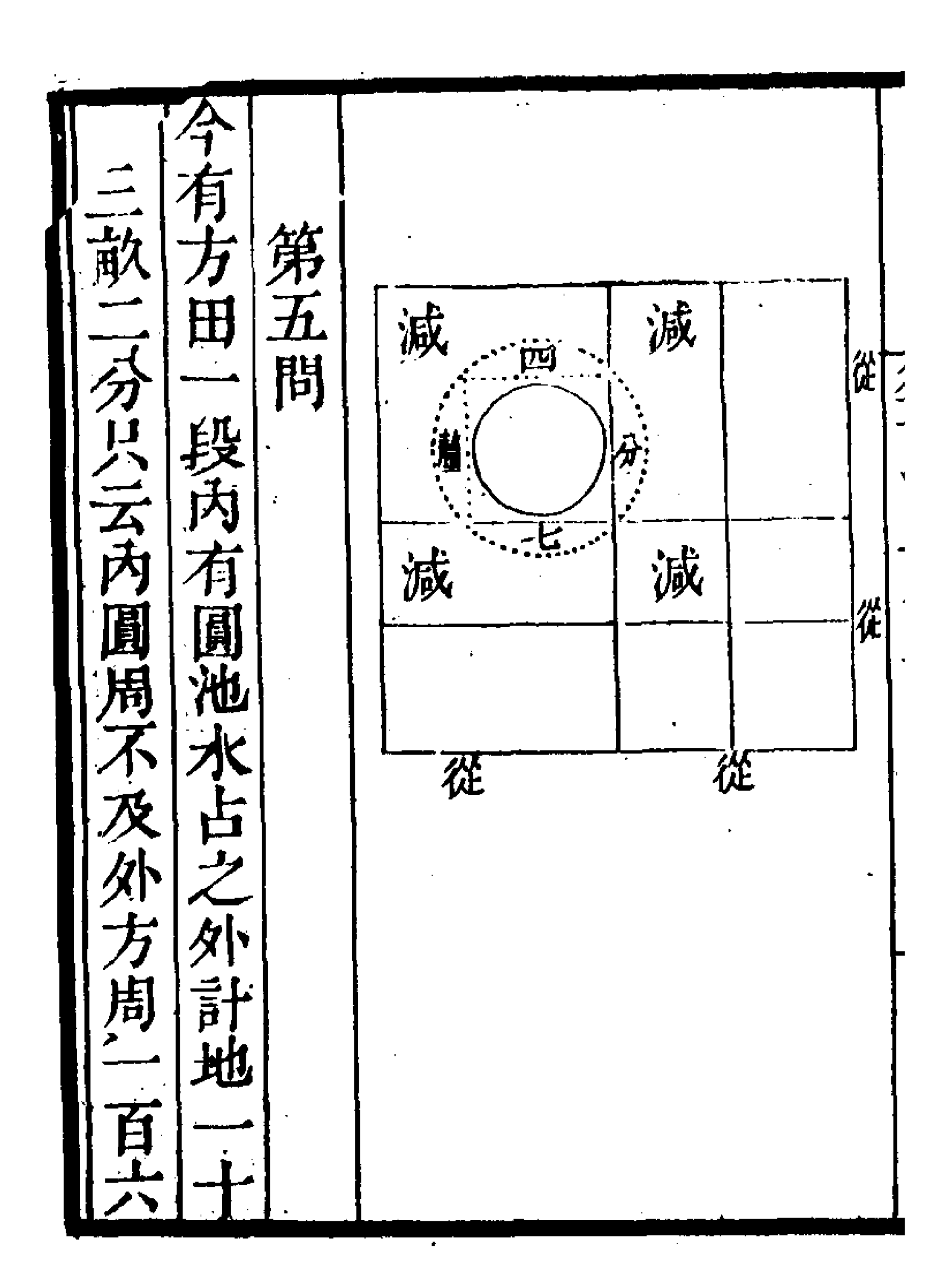


太 為方斜以自之得 便為所展方田積於上再立天元一為池徑以自之又以一步四分七釐乘之得 太 步便為所展圓池積也以池積減上田積餘得 為一段如積寄左然後列眞積如法展之得二萬二千二百二步八分八釐與左相消得

平方開之得六十四步爲內池徑也以池徑減倍通步卽是方田斜身外除四爲方面也

依條段求之四段通步冪內減展積爲實四之通步爲從四分七釐常法

義曰四之通步爲從其減積外實欠一个方今卽有展池減時所剩之積補却一个虛方外猶剩一个四分七釐爲常法也



第五問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝二分只云內圓周不及外方周二百六

十八步問方圓各多少

荅曰外方周二百四十步　內圓周七十二步

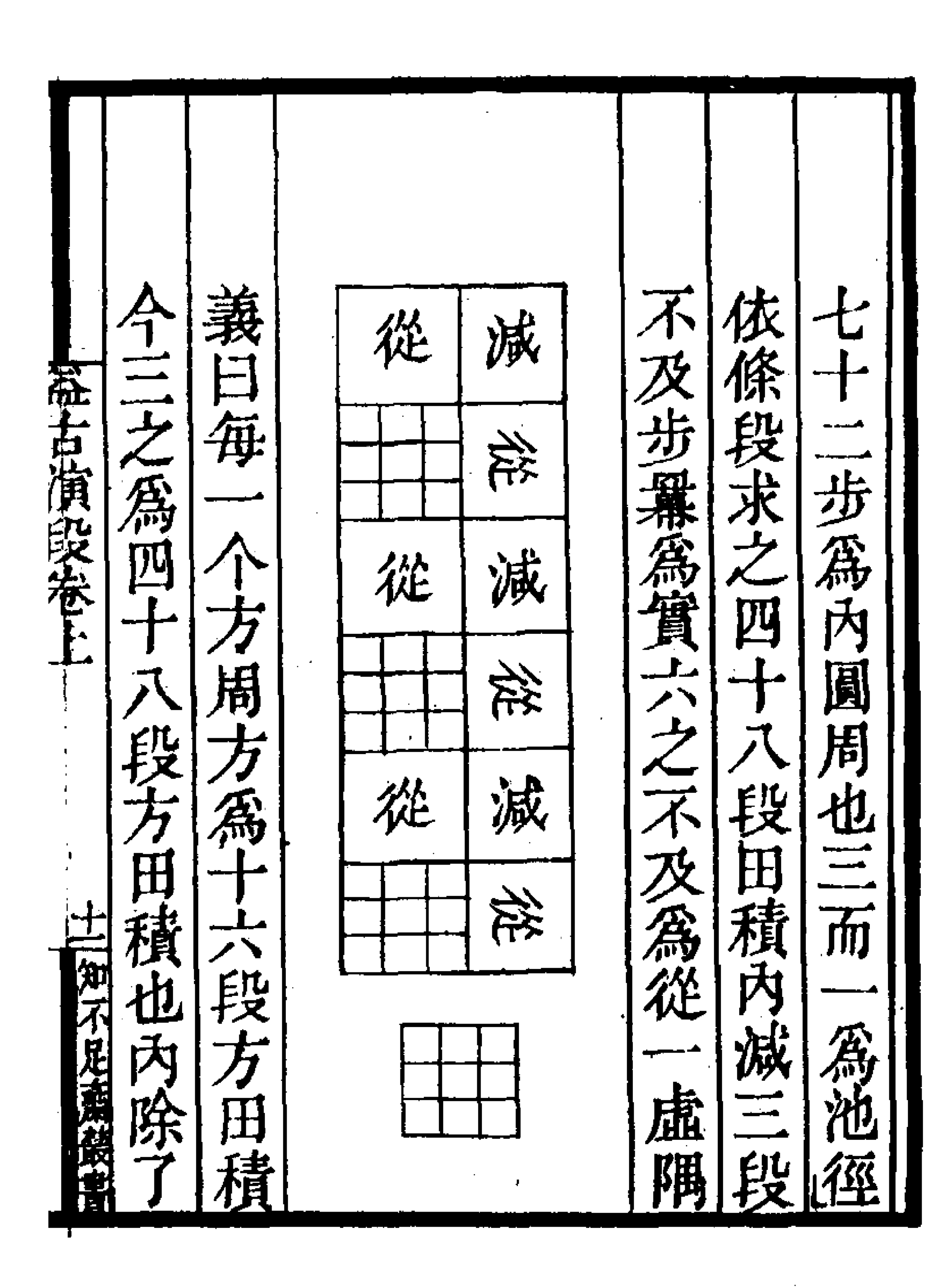
田方六十步

池徑二十四步

法曰立天元一爲內圓周加一百六十八步得〣〡太 〡爲外方周以自增乘得〣〦〤〤太 〣〦〇 〡爲一十六个方田積又三因之得〦〦〡太 〦〢〣〡爲四十八段方田積於頭所以三因

之爲四十八者就爲四十八分母也再立天元圓周以自之元|爲十二段圓池積個圓周冪爲九個圓徑冪每三個圓徑冪爲四個圓池積今九個圓徑冪共爲十二個圓池積也又就分四之得元||||爲四十八個圓池積以減頭位得太||||〇|||丄爲四十八段如積寄左然後列眞積一十三畝二分以畝法通之得三千一百六十八步又就分母四十八之得一十五萬二千〇六十四步與寄左相消得||||丄〇|||丄平方開之得

七十二步爲內圓周也三而一爲池徑
依條段求之四十八段田積內減三段
不及步冪爲實六之不及爲從一虛隅



義曰每一个方周方爲十六段方田積
今三之爲四十八段方田積也內除了

三个圓周冪外於見積上虛了一个圓

周冪也今求圓周故以一步爲虛隅法

舊術曰以十六乘田積爲頭位以合方周之積

以不及步自乘減頭位餘三之爲實六

之不及步爲從法廉常以一步爲減從

法

第六問

今有方田一段內有圓池水占之外計地二千

六百七十三步只云內圓周與外方面數等

問各多少

荅曰外方面內圓周各五十四步

法曰立天元一為方面便是圓周以自之得

○元 丨 便為十二段池積

也再立天元方面以自

之又十二之得 ○元 ┤‖ 為

十二段方田積也二數

相減餘 ○元 ┤ 為十二段

如積寄左然後列眞積就分母十二之

方田

徑十八步

得[illegible]與左相消得[illegible]。以平方開之得

五十四步爲方面亦爲圓周也

依條段求之十二之眞積爲實無從一

十一步常法

義曰一个方田積

便是一个圓周積

也一个圓周積便

是十二个圓池積

今將一十二个圓池積減於十二个方

田積通有十一段方田積也

舊術曰以十二乘田如十一而一所得開方除之合前問也

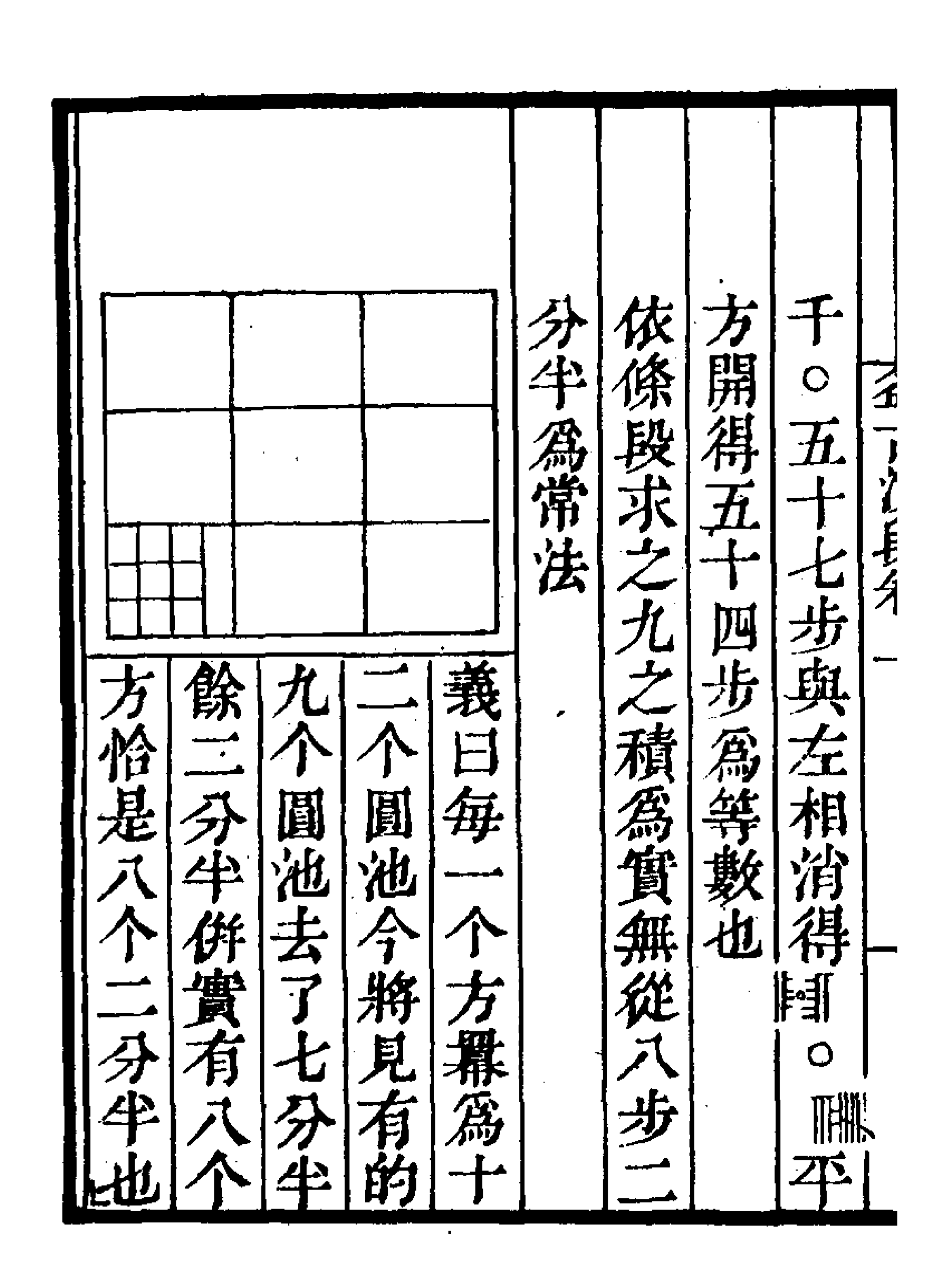
又法立天元一爲等數以自之爲外田積又就分母九之得〇元𝍨爲九个方田積於頭又立天元等數以自之爲十二个圓池積也三之四而一得〇元𝍧𝍤爲九个圓池以減頭位得〇元𝍫𝍤爲九段如積寄左然後列眞積就分九之得二萬四

千〇五十七步與左相消得[illegible]〇[illegible]平

方開得五十四步爲等數也

依條段求之九之積爲實無從八步二

分半爲常法



義曰每一个方羃爲十

二个圓池今將見有的

九个圓池去了七分半

餘二分半併實有八个

方恰是八个二分半也

又法立天元一爲徑以三之爲外方面以自之得〇元𝍨爲外方積於上再立天元圓徑以自之三之四而一得〇元〇𝍦𝍭爲圓池積也以此圓積減方積得〇元𝍧𝍪𝍤爲一段如積寄左然後列眞積與左相消得下式𝍡𝍥𝍫〇𝍧𝍪𝍤平方開得一十八步爲圓徑也

依條段求之積爲實八步二分半爲常法

義曰中開一方除圓池四分之三外有四分之一卽是一步內得二分半也

舊術曰列積步以八步二分半除之所得再開方見內圓徑

第七問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一千

三百五十七步只云外方面不及內池周一十四步問方圓各多少

荅曰方面四十步　圓周五十四步

法曰立天元一為外方加不及一十四步得一卌 丨為內周以自增乘得𝍡卌 丨為十二个圓池積於頭再立天元方面以自之又十二之為十二个方田積內減頭位得𝍤𝍫 丨為十二段如積寄左然後列見積一千三百五十七步就分

毋十二通之得一萬六千二百八十四步與左相消得[illegible]開平方得四十步爲外方面也

依條段求之十二之積內加入不及步冪爲實二之不及步爲虛從十一步常法

義曰其十二段積內帶起十二个圓池

其十二个圓池補成一个圓周方其圓

周多於方面十四步故自之爲冪加入

空	加空
空	空

所欠之一

角又二之

爲虛從恰

得十一个方也

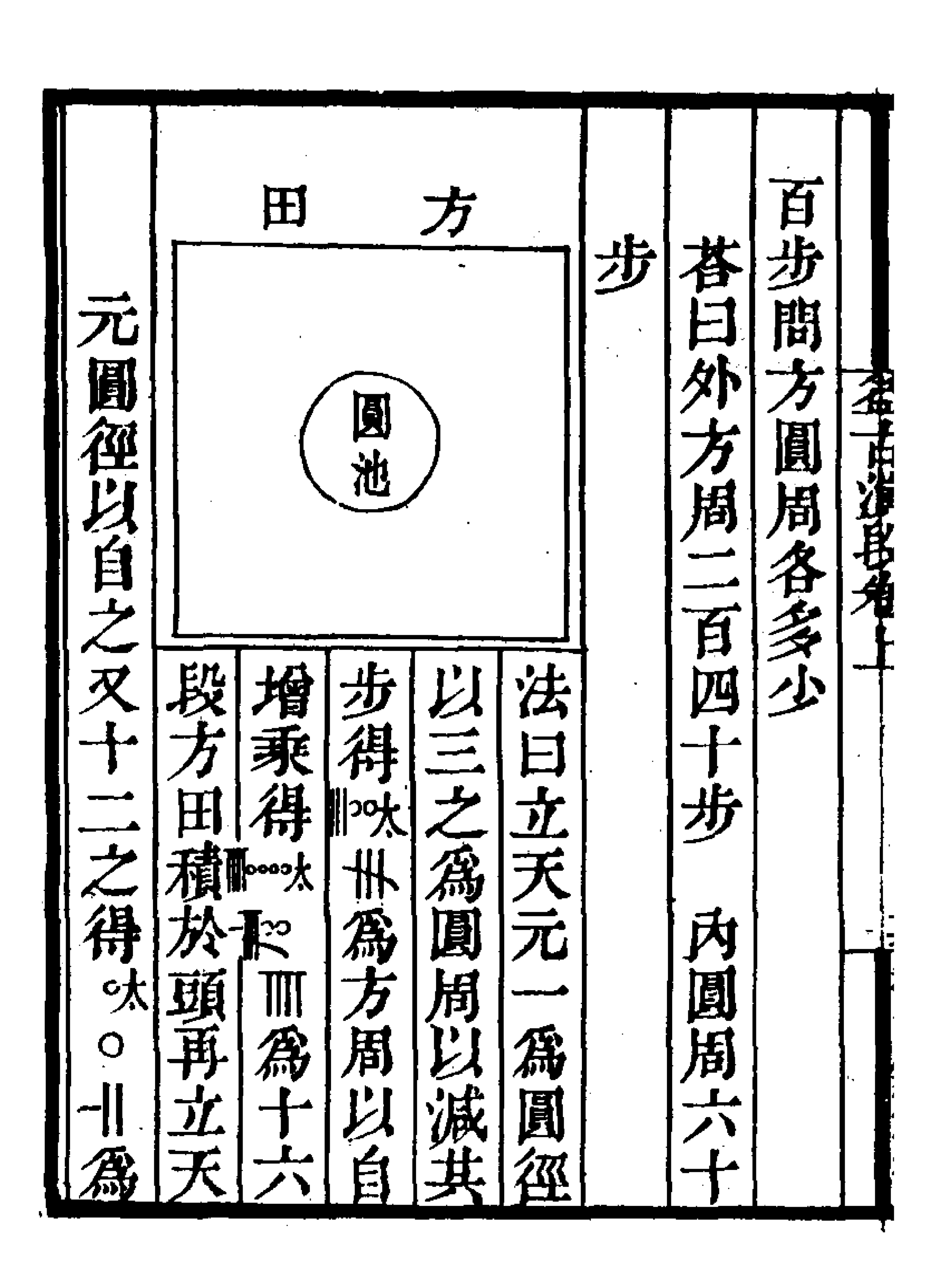
第八問

今有方田一段內有圓池水占之外有地一十

三畝七分半只云內外方圓周共相和得三

百步問方圓周各多少

荅曰外方周二百四十步　內圓周六十步



法曰立天元一為圓徑以三之為圓周以減其步得 ||| 太 卌 為方周以自增乘得 ‖‖ ○○○ 太 ‖‖ 丅 為十六段方田積於頭再立天元圓徑以自之又十二之得 太 ○ ‖ 為

十六个圓池積以減頭位得𝍧〇〇太 𝍬〇〇 𝍦爲十六段如積寄左然後列眞積一十三畝七分半以畝法通之得三千三百步又就分母一十六通之得五萬二千八百步與左相消得𝍧〇 𝍬〇〇 𝍦開平方得二十步爲圓池徑又三之爲圓周也

依條段求之和步𝍪內減十六之見積爲實六之和步爲從三步常法

義曰十六个圓池該十二个方內從步

合除去九个方外猶剩三个方故以三步爲常法也

條段圖

共從 共從 共從

從步 從步 從步

方 方 方

舊術曰列相和步自乘爲頭位又以十六之田積減頭位又六而一爲實以相和步爲從法廉常置五分

第九問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千一百六十八步只云內外周與實徑共相和得三百三十步問三事各多少

荅曰外方周二百四十步　實徑一十八步　圓周七十二步

法曰立天元一為池徑以五之減倍之

田方六十步

實徑一十八步

池徑三十四步

相和步得太[illegible]為九个方面以自增乘得[illegible]為八十一段方田積於頭位二之相和步別得是八方面六圓徑二實徑今將二實徑與一圓徑就成一方面共前數再計九方面五圓徑却更無實徑也

立天元池徑以自之又以六十步七分半乘之得元[illegible]為八十一个圓池所以用六

十步七分半乘之者欲齊其八十一分母也每个圓池七分半以八十一通之遂得六十步七分半也以此減頭位餘[illegible]○[illegible]○[illegible]爲八十一段如積寄左然後列眞積三千一百六十八步以八十一通之得二十五萬六千六百○八與左相消得下[illegible]○[illegible]步開平方得二十四步爲池徑也五因池徑減倍相和餘九而一得方田面以池徑減方餘折半爲實徑

依條段求之倍共步自乘於頭以八十

一之田積減頭位餘爲實二十之共步

爲從三十五步七分半爲常法

從從從從從
減
八十一个方田積
減
從從從從從
減
減

義曰八十一个方田內帶起八十一个圓池每个圓池七分半此八十一个計該六十步七分半其從步合除去二十五个外猶剩三十五个七分半故以之爲常法也

舊術曰倍相和步自乘爲頭位又以八
十一乘田積減頭位餘退一位爲實倍
相和步爲從法廉常置三步五分七釐
半

第十問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千
一百六十八步只云內外方圓周與斜徑共
相和得三百四十二步問三事各多少

荅曰外方周二百四十步　內圓周七十

二步　斜三十步

法曰立天元一爲池徑以二十五之減
於十之相和三千四百二十步得[illegible]
爲四十七个外方面以
自增乘得[illegible]太[illegible][illegible]爲二
千二百九段方田積於
頭位十之相和步三千四百二十爲方面
四十个內池徑三十个斜至步一十个以一十
个斜至步合入五个池徑共得五斜此五斜便是七个方面計總數該四十七

方田

斜三十步

圓池

个方面二十五个圓徑外更無斜至步也再立天元池徑以自之又以一千六百五十六步七分半乘之得元為二千二百○九个圓池積也所以用一千六百五十六步七分半乘之者欲齊其二千二百○九分母也每一个圓池積七分半今有二千二百○九个圓池積以七分半乘之該一千六百五十六步七分半也以此減頭位得○太為二千二百九段如積數寄左然後列眞積三千一百六十八步以分母二千二百○九通之得六百九十九萬八千

一百一十二步與左相消得[illegible]開平方得二十四步即池徑也以二十五之圓徑減十之和步餘四十七而一得為外方面身加四內減了圓池徑餘折半為斜徑也

案法內所用四十七方面之數亦由立天元一法取出但截去前段恐初學不能無疑茲仍依其法補之

法立天元一為池徑五因之以減倍和得

[籌算式]作正下層是負下同銳案此算式上層是爲八方面一斜共數以方五因之得[籌算式]爲實又以方五因八方面得四十以斜七乘一斜得七併之得四十七爲法除實得方面不除便爲四十七个方面也

依條段求之相和和步進一位自乘於頭位以二千二百九之員積減頭位餘爲實五百之和步爲益從一千三十一步七分五釐爲益隅

二千五池徑四十七方面

減	二百五十之從
三百四十之從	六百二十五个池徑羃

義曰減數係是二千二百九段方面羃內却漏下二千二百九个圓池此數該係一千六百五十六个七分半圓徑羃却於從步上疊用了六百二十五个池徑羃外猶剩一千三十一个七分五釐故以之為隅法其從法元有五十个圓徑今命之為五百者緣相和步進一位

也

舊術曰列相和步進一位自相乘爲頭位以二千二百九之積減頭位餘以三之爲實又以一千五百之相和步爲從法廉常置三千九十五步二分半開平方見池徑

第十一問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二十五畝餘二百四十步只云從外田楞至四邊各

三十二步問外圓內方各多少

荅曰外圓徑一百步　內方面三十六步

法曰立天元一爲內方面加倍至步爲外田徑以自之得下式[算式]又三之得[算式]爲四段圓田積於頭再立天元方面以自之又就分母四之得[算式]爲四池積以減頭位得[算式]下爲四段如積寄左然後列眞積又就分四之得二萬四千八百一十六步與左相消得

三十步

三十六步

𝍫𝍣下開平方得三十六步爲方池面也加倍至步即圓徑也

依條段求之四之積步於頭位作三个外圓徑冪內出了四个方池積也內減十二之至步冪爲實十二之至步爲從一虛隅

義曰四个外圓田內減了十二段至步冪復以十二之至步爲從又合去四个

減	從	減
從	池	從
減	從	減
減	從	減
從	池	從
減	從	減
減	從	減
從	池	從
減	從	減

池

方池今元積內有三个虛池猶欠一个
虛池故以一步爲虛隅常減從以爲法
又有圓田一段中有方池水占之外有
田五十步只云方池一尖抵圓邊其一
尖至圓邊三步問圓徑方面各若干

荅曰徑十步　面五步

法曰立天元一爲方斜加三步爲圓徑

以自之又以一步九分六釐乘之得（算籌）步（算籌）

案此爲一平方九分六釐多十一元七分六釐多十七步六分四釐諸條皆步數在上此條獨步數在下

鋭案海鏡算式以太上一層爲元元上一層爲元自乘冪與此正同此法緣鈔於別紙故獨與諸問體例異也

又三之得（算籌）步（算籌）（算籌）內減四之天

方池

池方面五步

元冪得上層冪中下云云（案）即多三十五元餘二十五步餘也寄左然後置五十步兩度加四得冪步又四之得冪步與左相消得下層三百三十九步。八釐（案）此下當加與一平方八分八釐多三十五元二分八釐等十八字方明（銳案）此法文雖簡而意已足不必加案所云且案所據乃借根方加減法平方及多少字亦惟借根方用之於古立天元一之文則甚無當也負（銳案）此負字當屬上文蓋以三百九十二步減寄左下層不足減反減之得三百三十九步八釐爲負實也案語從中隔斷緣不知古法開方除有負實之故開平方得七步即池斜

也副置池斜上位加至步即圓徑下位身外減四即方面也合問

從　至步展起羃
展池　九分　六釐　從
從　至步展起羃
展池　九分　六釐　從
從　至步展起羃
展池　九分　六釐　從
展池

依條段求之四段展起見積內減三段展起至步羃爲實六之至步展起爲從一步八分八釐爲常法也此問若求方面則其法甚易今求方斜故其圖須細

分之

義曰三个九分六釐共計二步八分八釐其元初作四段如積時合有四个所展之池今來只見三个故於二步八分八釐內去却一步（謹案此下元本衍有字今刪）餘只有一步八分八釐爲常法也（此法於別紙上鈔得故錄於此）

第十二問

今有圓田一段內有方池水占之外有地二十

五畝零二百四步只云從外田楞通內方方

面六十八步問各數若干

荅曰外圓徑一百步　內方面三十六步

法曰立天元一爲內方面減倍通步得

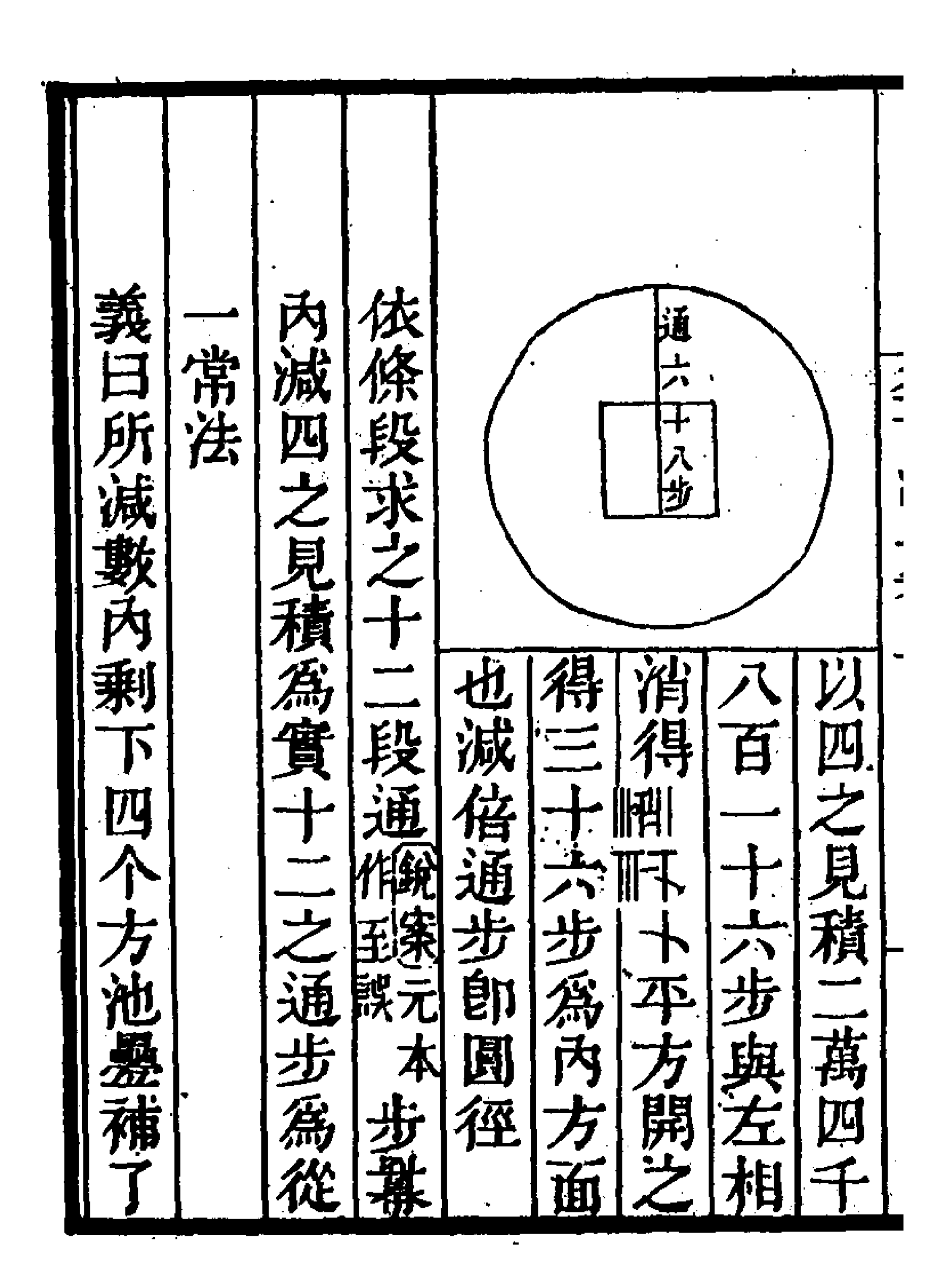
[illegible]太卜爲外圓徑以自之得[illegible]一爲圓

徑羃以三之得[illegible]爲四段圓田積

於頭再立天元內方面以自之又就分

母四之得元[illegible]爲四段方池積以減頭

位得[illegible]卜爲四段如積數寄左然後



以四之見積二萬四千八百一十六步與左相消得[illegible]下平方開之得三十六步爲內方面也減倍通步即圓徑

依條段求之十二段通（銳案元本作到誤）步冪

內減四之見積爲實十二之通步爲從

一常法

義曰所減數內剩下四个方池疊補了

三个外猶剩一个故以之爲常法

||乂		從
減	減	
減	減	二之
||乂		從
減	減	
減	減	三之
||乂		從
減	減	
減	減	二之

第十三問

今有圓田一段內有方池水占之外計地五千步只云從外田楞至內池角四邊各一十五步問方圓各多少

荅曰外圓徑一百步　內方面五十步

法曰立天元一爲內方面身外加四爲內方斜又加倍至步得太[算籌]爲外圓徑也以自增乘得太[算籌]爲外徑冪以三之得太[算籌]爲四段外圓積於頭再立

方池

天元內方面以自之又四之得元[算籌]爲四段方池積也以減頭位餘太[算籌]爲四段如積數寄左然後列四之見積二

萬步與左相消得[illegible]開平方得五十步爲池方面也身外加四又加八倍至步卽爲外田徑也

依條段求之四之積步內減十二段至步冪爲實十二之至步身外加四爲從一步八分八釐爲常法

義曰三个九分六釐計二步八分八釐其四个圓田內有四个方水池除從步合占三个外猶剩一个水池却於數內取了一步餘一步八分八釐故以之爲常法也其從步加四者蓋取斜中之方面也若不加四不能見方面而但得方斜也

舊術曰四因積步爲頭位又倍去角步自乘三之減頭位餘折半爲實又倍去

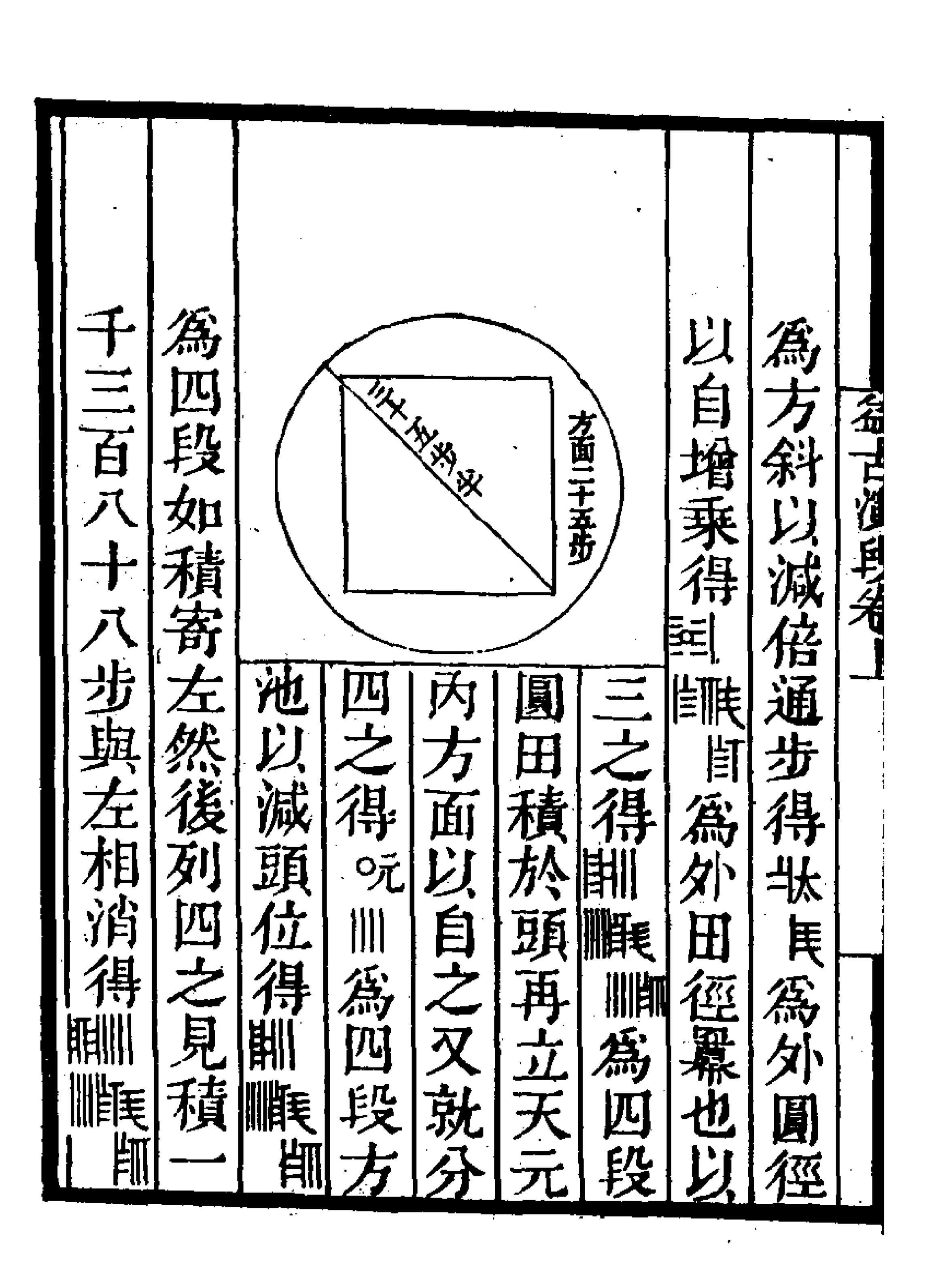
角步三因加四四爲從法廉常置九分四
釐

第十四問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百
四十七步只云從田外楞通內池斜三十五
步半問外圓內方各多少

荅曰外圓徑三十六步　內方面二十五
步

法曰立天元一爲內方面加四得[illegible]步



爲方斜以減倍通步得 爲外圓徑以自增乘得 爲外田徑冪也以三之得 爲四段圓田積於頭再立天元內方面以自之又就分四之得元 爲四段方池以減頭位得 爲四段如積寄左然後列四之見積一千三百八十八步與左相消得

開平方得二十五步爲內方面也方面

加四減於倍通步得圓徑也

依條段求之十二段通步冪內減四之

田積爲實十二之通步加四爲益從一

步八分八釐常法

連下方九分
面二之
從
池
六釐
減徑方餘一方池又三分之二
連右方面二之從

連下方九分
面二之
從
池
六釐
減徑方餘一方池又三分之二
連右方面二之從

連下方九分
面二之
從
池
六釐
減徑方餘一方池又三分之二
連右方面二之從

池

義曰此式原係虛從今以虛隅命之四

段圓田減積時剩下四段方池於從步內用訖三个外猶剩一个却於二步八分八釐虛數內補了一步外虛一步八分八釐故以之爲法從負隅正或從正隅負其實皆同故因此廉從以別之。銳案此法以後數減寄左數故得實正從負隅正若以寄左數減後數則得實負從正隅負矣正負元可互易故曰其實皆同也

舊術曰倍通步自乘三之爲頭位四因田積減頭位餘爲實又十二通步加四爲從法廉常置一步八分八釐減從開

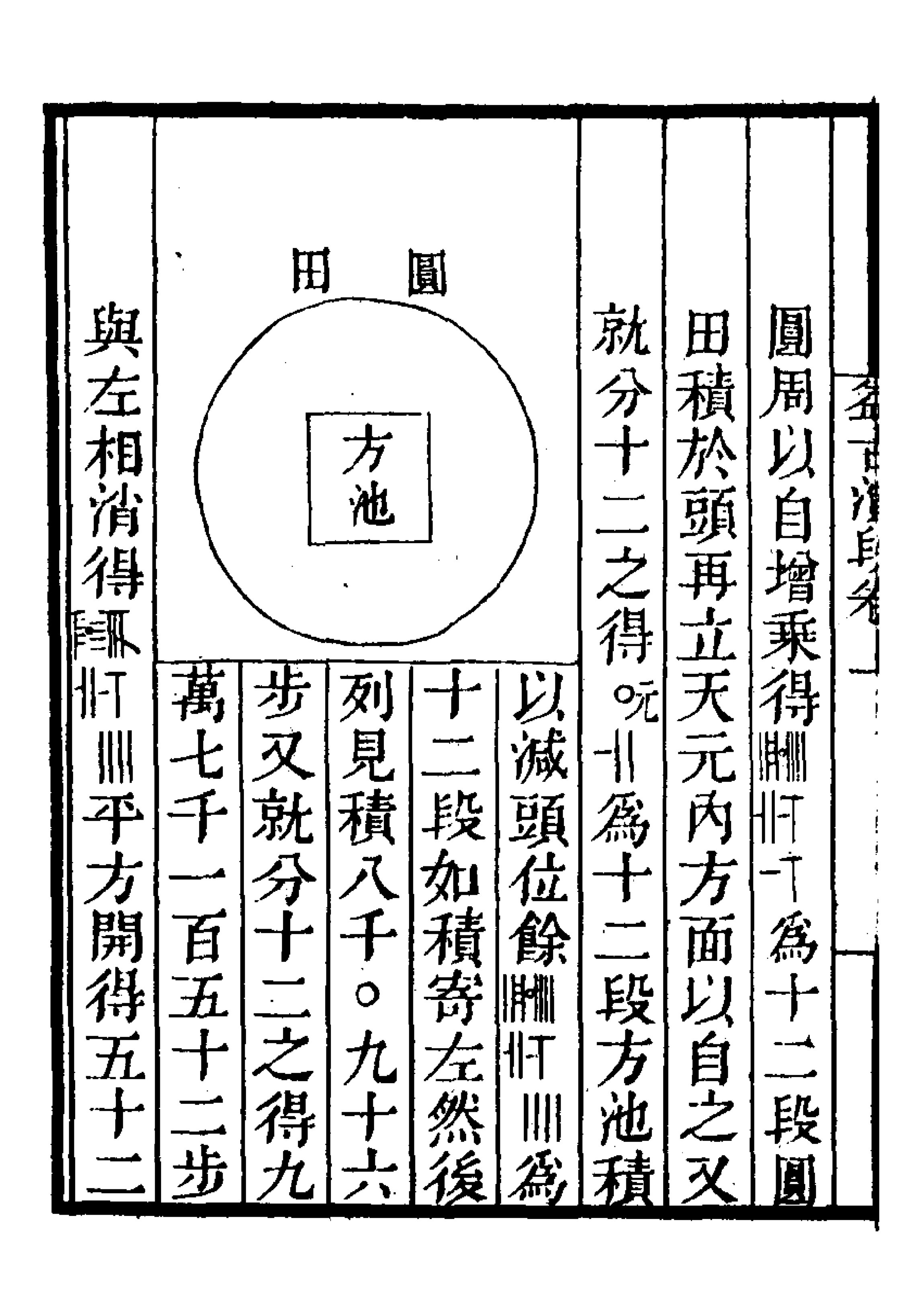
方新舊廉從不同開時則同故兩存之

第十五問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三十三畝一百七十六步只云內方周不及外圓周一百五十二步問外圓內方各多少

荅曰外圓周三百六十步　內方周二百八步

法曰立天元一爲內方面以四之爲內方周加不及一百五十二步得|𝍤||太 ||||爲外



圓周以自增乘得𝍤𝍮𝍦爲十二段圓田積於頭再立天元內方面以自之又就分十二之得元𝍪爲十二段方池積以減頭位餘𝍤𝍮𝍢爲十二段如積寄左然後列見積八千〇九十六步又就分十二之得九萬七千一百五十二步與左相消得𝍮𝍢𝍮𝍢平方開得五十二

步爲內池方面也以四之爲內方周加不及步爲圓周也
依條段求之十二段積步內减不及步羃爲實八之不及步爲從四步爲常法也
義曰十二段圓積該九段圓徑羃九段圓徑羃便是一个圓周羃也據十二段圓積內元少十二个方池今於周羃內除折筭外剩四个池積故以四步爲常

法也

圓周冪

不及冪減去 從從從從 少少少少 少少少少 少少少少 從從從從

舊術曰十二之積步爲頭位以不及步自乘減頭位餘八而一爲實以不及步爲從法廉常置半步開平方新舊二術不同者舊術從簡耳算術本貴簡易而猶立新術者緣舊術難畫條段也餘倣此

第十六問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三千

五百六十四步只云內方周與外圓徑等問
等數各若干
荅曰內方周外圓徑各七十二步
法曰立天元一為等數便以為方周以
自之為十六个方池於頭 元丨 再立天
元等數便以為圓徑以自之又十二之
得 元‖ 為十六段圓田積內減頭位餘
元丨 為十六段如積寄左然後列真積
三千五百六十四步又就分十六之得

五萬七千〇二十四步與左相消得[illegible]〇一平方開得七十二步卽等數也

圓田

天步

案法後落條段一條依前例補之

依條段求之十二之眞積爲實無從一

十一步常法

義曰十六个圓積乃十二段圓徑冪也

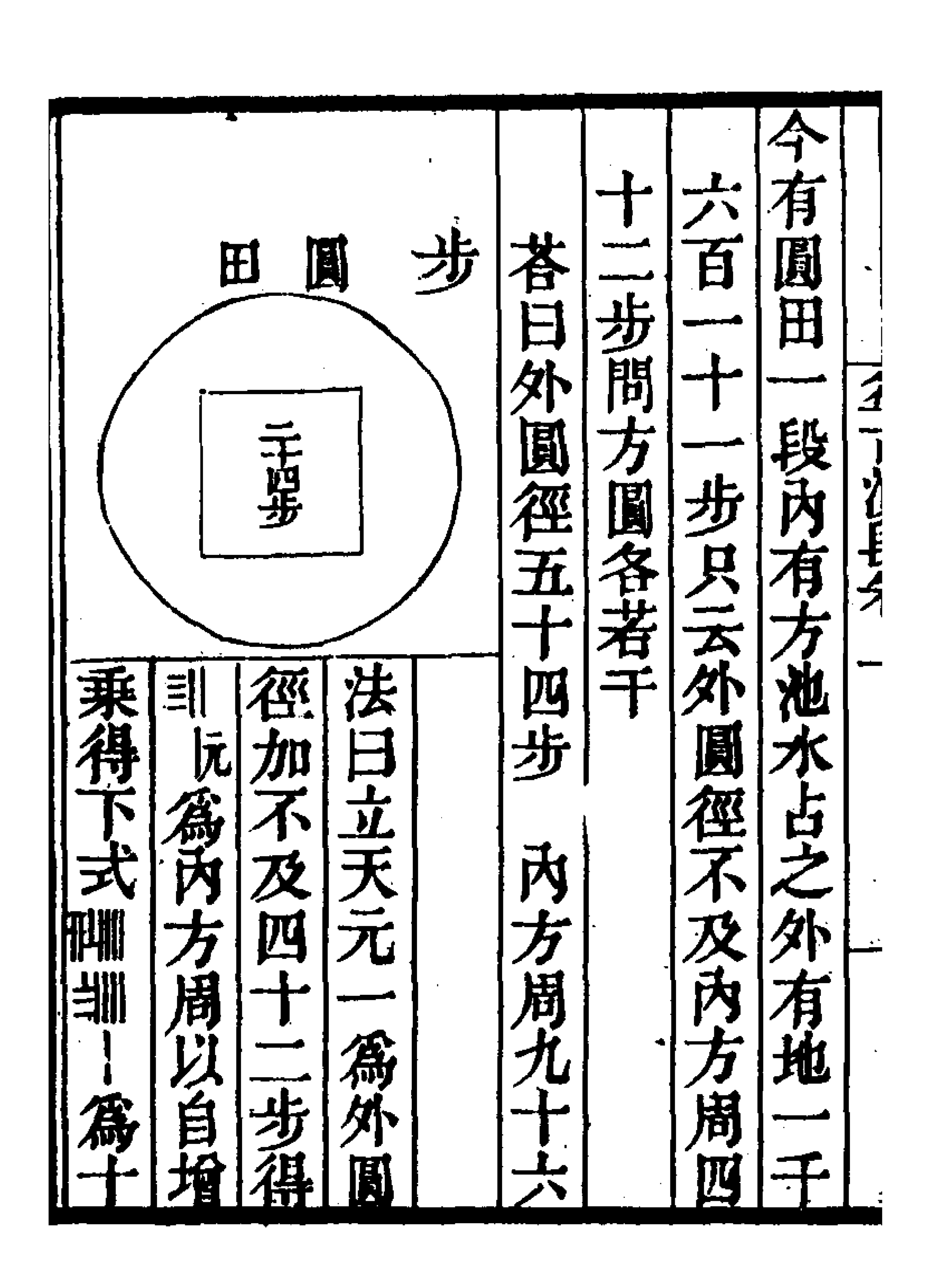
共十六个圓積內有十六个方池恰是一个方也此一个方便是等數幂也

舊術曰列田積從十二段平方開之得內方面四之即等數也又法以十六乘田積如十一而一所得開方即等數

第十七問

今有圓田一段內有方池水占之外有地一千六百一十一步只云外圓徑不及內方周四十二步問方圓各若干

荅曰外圓徑五十四步　內方周九十六



法曰立天元一爲外圓徑加不及四十二步得[illegible]元爲內方周以自增乘得下式[illegible]爲十

六段池積於頭再立天元外圓徑以自
之又十二之得[籌]元[籌]爲十六段田積也
內減頭位餘[籌]爲十六段如積寄
左然後列眞積一千六百一十一步就
分母十六之得二萬五千七百七十六
步與左相消得[籌]平方開得五十
四步爲外圓徑也加不及步爲方周也
依條段求之置十六之積加不及步冪
爲實倍不及步爲虛從一十一步爲常

法

虛從

加不虛從

義曰十二个圓徑冪該十六个圓田積十六个圓田積內有十六个方池共十六个方池於實積內侵過所加一角併二段虛從之數也

第十八問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百

四十七步只云外圓周內方周共得二百八
步問內外周各多少
荅曰外圓周一百八步　內方周一百步

圓田

二十五步

法曰立天元一爲內方
面以四之爲內方周減
於相和二百八步得[算籌]
爲外圓周以自增乘得
[算籌]不爲圓周冪便爲
[算籌]
十二段圓田積於頭再立天元內方面

以自之又就分十二之得〇元|二為十二段方池積也以減頭位餘||||||||||| 𝍤 ||||為十二段如積寄左然後列見積三百四十七步就分母十二之得四千一百六十四步與左相消得||||°||||||||開平方得二十五步為內方面也四之為內方周減於相和步為圓周也

依條段求之以十二之積步減和步冪為實八之和步為虛從四常法

義曰十二段圓田內有十二个方池於方埇羃內補了十二池外猶欠四个故以四爲隅法此式元係虛從今却爲虛隅命之故以四爲虛常法

連下十六池面爲四之和步從

減 此外圓周羃也該十二圓田積 減

減 減

連右十六池面爲四之和步從

舊術曰相和步自乘於頭位以十二之積步減頭位餘八而一爲實相和步爲從法廉常置半步減從

第十九問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三十三畝一百七十六步只云內外周與實徑共相和得六百二十二步問三事各多少

荅曰外圓周三百六十步　內方周二百八步　實徑三十四步

法曰立天元一為內方面以減一百七十二得[illegible]為外田徑也倍云數得一千二百四十四步

別得是六个圓徑八个方面兩个實徑今將一个方面兩个實徑合成一个圓

徑併前數而計是七个方面七个圓徑也今置一千二百四步在地以七約之得一百七十二步爲徑面共也便是一个方面一个圓徑 更以自增乘無實徑也得[illegible]爲圓徑羃也以三之得[illegible]爲四段圓田積於頭再立天元內池面以自之又就分四之得元𝍣爲四池積以減頭位得[illegible]爲四段如積寄左然後列見積八千九十六步

池

實徑三十四步

又就分四之得三萬二千三百八十四步與左相消得[算籌]開平方得五十二步為內方面也以七之方面減於倍和步餘以七而一即圓徑也圓徑內減方面餘者又半之即實徑也

依條段求之徑面共一百七十二也自之為羃又三之於頭位內減四之見積餘為實六之徑面共步為從一常法

義曰四之眞積內有四个方池於從法

曡用了三个外剩一个故以一步為常

法

減	從
從	
減	從
從	
減	從
從	

常

舊術曰倍相和自乘三之為頭位以一百九十六步（案此即四四與四十九相乘之數）之田積減頭位餘以十四而一為實又六之相和步為從法廉常置三步半開平方見內

方面

第二十問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二千四百七十五步只云內外周與斜徑相和得二百五十九步半問三事各多少

荅曰外圓周一百八十步　內方周六十步　斜一十九步半

法曰立天元一爲內方面以三十三之減於十之云數二千五百九十五步[illegible]太[illegible]

池

十七步半

爲三十五个圓田徑之十
云數內有外圓徑三十
个內方面四十个角斜十
十个令將七个方面併
入十个角斜爲五个圓
徑也總別得十之云數
是方面三十三个圓徑
三十五个外更乃以三
無斜徑角也

十五之圓徑自增乘得下式　爲
一千二百二十五段圓徑冪也以三因
之得　合以四除之今不除便爲
四千九百段圓田積於頭再立天元內

池面以自之又就分以四千九百乘之得元爲四千九百段方池積以減頭位得爲四千九百段如積數寄左然後列眞積二千四百七十五步就分以四千九百乘之得一千二百一十二萬七千五百步與左相消得平方開得一十五步爲內方面也三十三之方面以減於十之相和二千五百九十五步餘三十五而一卽圓徑以方

面加四減圓徑餘半之即斜徑也
依條段求之十之相和步自之為羃以
三之於頭位以四千九百段見積減頭
位為實一千九百八十之相和步為從
一千六百三十三為常法
義曰減數計三千六百七十五个圓徑
羃便是四千九百个圓田積也內漏下
四千九百个方池却於從內壘用了三
千二百六十七个方池外猶剩一千六

減 一千二百二十五圓徑冪 | 從 一千八十九方冪 | 從
從 減 一千二百二十五圓徑冪 | 從 一千八十九方冪 | 從
從 減 一千二百二十五圓徑冪 | 從 一千八十九方冪 | 從
從
十二方面 三十五圓徑

百三十三个方面冪故以之爲常法也

其從法元有一百九十八个方面合用

一百九十八之相和步爲從今用一千

九百八十个相和步者緣爲相和步先

進了一位也

第二十一問

今有方田三段共計積四千七百七十步只云方方相較等三方面共併得一百八步問三方各多少

荅曰大方面五十七步　中方面三十六步　小方面一十五步

法曰立天元一爲方差以減中方面置併數三而一卽得中方面得三太卜爲小方面也以自之得卌太乢卜丨爲小方積於頭再立天元方差加入中方面得三太丨爲大方面以

大方
中方
小方

自之得卌太丄‖丨為大方積於次
位又列中方面≡太自之得下卌太
為中方積於下位三位相併得
卌卌〇‖為一段如積數寄左然
後列眞積四千七百七十步與
左相消得卌卌〇‖開平方得二十一步
即是方差也置方差數加中方即大方
面減中方即小方面也
依條段求之列併數以三約之所得即

中方面也以自之爲羃又三之以減積

爲實無從二步常法

去 減 減

減 方 來 方 坐

義曰積步內減三个

中方羃外有兩个方

故得二步常法舊術

又折半止得一个方

也

第二十二問

今有方田一段其西北隅被斜水占之外計地

一千二百一十二步七分半只云從田東南隅至水楞四十五步半問田方面多少

荅曰田方面三十五步

法曰立天元一爲水占斜加入云數四十五步半得[算籌]元爲田斜以自增乘得[算籌]步[算籌]爲田斜冪於頭

再立天元一水占斜以自之爲水占得小方積就分以一步九分六釐乘之得

吭[illegible]步為所展得水占積也以減頭位

得[illegible]步為如積一段寄左然後列

眞積一千二百一十二步七分半以一

步九分六釐乘之得數二千三百七十

六步九分九釐以與左相消得[illegible]

開平方得三步半為水占斜加至步為

田斜身外減四即是方面也

依條段求之展積內減至步冪為實二

之至步為從九分六釐虛常法開平方

得三步半卽水占斜也

減　減　減　減　水　水九分六釐

義曰今將水占斜直命爲小方池面也

舊術曰列田積於頭位又列至步除四則直至步以自乘減頭位餘爲實二之直至爲從以九分六釐爲廉減（銳案元本脫減）

字今補蓋廉從異名須相減也從開平方得二步半加

直至步三十二步半得三十五步卽田

方面也

此圖卽舊術條段也舊

術減云步爲直至步入

法而求得二步半爲直

至不及方面步新術展

積入法而求得三步半

爲水占斜

元和李銳算校

益古演段卷上